

лімеру, зменшується відносно видовження, збільшується жорсткість комірок. Усе це пояснюється утворенням міжмолекулярних силосксових зв'язків.

1.Хватова Т.П., Сафроненко Е.Д. и др. Сшивание полиолефинов органосиланами. – М., 1980. – 20 с.

2.Осипчик В.С., Лебедева Е.С., Василец Л.Г. Разработка и исследование свойств силанольношшитого полиэтилена // Пластические массы. – 2000. – №9. – С.27-31.

3.Свідерський В.А., Петухов А.Д., Шустинська Д.Г., Коломієць С.С. Екструзійні пінопіоліолефіни: удосконалення методів їх виробництва і властивостей // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып.67. – К.: Техніка, 2006. – С.46-52.

Отримано 29.10.2007

УДК 624.07.531.1

К.И.СОЛДАТОВ, канд. техн. наук, Г.С.ЖЕЛЕЗНЯК

*Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта
им. акад. В.Лазаряна*

ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КВАЗИРЕГУЛЯРНОЙ ТРЕХПРОЛЕТНОЙ БАЛКИ НА УПРУГИХ ОПОРАХ ПРИ НЕРЕГУЛЯРНОСТИ ПО МАССЕ И ЖЕСТКОСТИ ПРОЛЕТОВ

На примере трехпролетной нерегулярной балки на упругих опорах исследуется влияние различных по жесткости и погонной массе пролетов на частоту балки. Показано, что при определенных значениях параметров нерегулярности в практических расчетах можно использовать простые решения для регулярных систем, приближенные зависимости, графики с высокой точностью полученных результатов.

В связи с тем, что абсолютно жестких опор как таковых в природе не существует, что отчасти было показано ранее в [3], их использование в расчетной схеме может привести в определенных случаях к ошибке. И как результат – возможно нахождение собственных колебаний в диапазоне частот, негативно влияющих на физическое состояние находящегося непосредственно на конструкции (мосту) человека, так же не исключена возможность появления резонанса. Наиболее точными расчетными схемами неразрезных балок могут служить балки на упругих опорах.

Данная работа представляет собой продолжение исследования влияния на собственную частоту трехпролетной балки различного рода нерегулярностей [2, 4]. В данном случае рассмотрим влияние на частоту балки нерегулярностей по жесткостным (EI) и массовым (μ) параметрам при различных жесткостях упругих опор.

Цель данного исследования – определить диапазон отношений жесткости пролетов, массовых характеристик, при которых возможно

определить частоту балок (с допустимой погрешностью) используя более простой способ расчета – заменяя исходную нерегулярную балку регулярной и на основе расчетов исследования построить график погрешностей, по которым возможно, кроме определения диапазона (в котором применение регулярной схемы приводит к допустимым ошибкам), также изменить расчет на величину погрешности, тем самым получив результат, погрешность которого составляет $< 1\%$ по сравнению с более сложным методом расчета.

Исследование выполнено для трехпролетной балки на 4-х упругих опорах. Для исследования записано уравнение по методу, подробно изложенному в [1]. Полученное уравнение в функциях Гогенемзера-Прагера слишком громоздко и занимает ни одну страницу, по этой причине приведена только часть его, касающаяся непосредственно составления частотного уравнения.

Уравнение балки на упругих опорах представляется в виде уравнений балок на жестких опорах, составленных из участков, показанных на рис.1. Для каждого участка на рис.1 записывается матрица с учетом начальных и конечных параметров. Например, для участка балки №6 матрица представляет собой матрицу-строку

$$\left| \frac{1}{2}E(x) \quad -\frac{1}{2}ElkB(x) \right|. \quad (1)$$

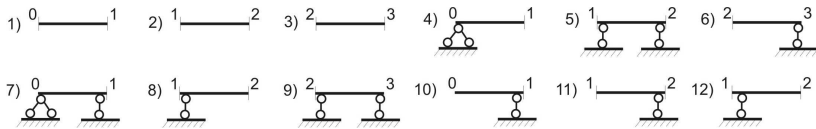


Рис.1 – Схемы расчетных блоков балки.

В формуле (1) $E(x)$, $B(x)$ – функции Прагера. Для участка балки №2 матрица будет размерностью 6×6 . Детерминант стержня на упругой опоре равен детерминанту стержня с соответствующей жесткой опорой, умноженной на жесткость опоры. Детерминант трехпролетной балки, собранной из участков приведенных выше, будет равен произведению матриц этих участков. Таким образом, уравнение для упруго-опертой трехпролетной балки представляет собой сумму произведений матриц трех участков, умноженных на жесткость замещаемых упругих опор в схемах. Для балки на 4-х упругих опорах таких составляющих будет 16:

$$\begin{aligned}
 &P1(\lambda_1) \cdot P2(\lambda_2) \cdot P3(\lambda_3) + C1 \cdot P4(\lambda_1) \cdot P2(\lambda_2) \cdot P3(\lambda_3) + C2 \cdot P10(\lambda_1) \cdot P8(\lambda_2) \cdot P3(\lambda_3) + \\
 &+ C3 \cdot P1(\lambda_1) \cdot P11(\lambda_2) \cdot P12(\lambda_3) + C4 \cdot P1(\lambda_1) \cdot P2(\lambda_2) \cdot P6(\lambda_3) \\
 &+ C1 \cdot C2 \cdot P7(\lambda_1) \cdot P8(\lambda_2) \cdot P3(\lambda_3) + C1 \cdot C3 \cdot P4(\lambda_1) \cdot P11(\lambda_2) \cdot P12(\lambda_3) \\
 &+ C1 \cdot C4 \cdot P4(\lambda_1) \cdot P2(\lambda_2) \cdot P6(\lambda_3) + C2 \cdot C3 \cdot P10(\lambda_1) \cdot P5(\lambda_2) \cdot P12(\lambda_3) + \\
 &+ C2 \cdot C4 \cdot P10(\lambda_1) \cdot P8(\lambda_2) \cdot P6(\lambda_3) + C3 \cdot C4 \cdot P1(\lambda_1) \cdot P11(\lambda_2) \cdot P9(\lambda_3) + \\
 &+ C1 \cdot C2 \cdot C3 \cdot P7(\lambda_1) \cdot P5(\lambda_2) \cdot P12(\lambda_3) + C1 \cdot C2 \cdot C4 \cdot P7(\lambda_1) \cdot P8(\lambda_2) \cdot P6(\lambda_3) + \\
 &+ C2 \cdot C3 \cdot C4 \cdot P10(\lambda_1) \cdot P5(\lambda_2) \cdot P9(\lambda_3) + C1 \cdot C3 \cdot C4 \cdot P4(\lambda_1) \cdot P11(\lambda_2) \cdot P9(\lambda_3) + \\
 &+ C1 \cdot C2 \cdot C3 \cdot C4 \cdot P7(\lambda_1) \cdot P5(\lambda_2) \cdot P9(\lambda_3) = 0,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где $C1, C2, C3, C4$ – относительные жесткости упругих опор; $P_i(\lambda_i)$ – матрица одного из участков балки, показанных на рис.1.

Учет симметрии балки позволяет упростить уравнение, однако в приведенной выше записи оно позволяет исследовать любую нерегулярность, при любых отношениях исходных параметров.

Была составлена программа для определения частотного параметра λ_i , который в данных исследованиях является основным, так как для определения частоты необходимо знать характеристики конкретной балки, что сужает рамки исследования, распространяя его только на данный конкретный случай. Отказ от использования частоты, приведения всех вычислений к определению погрешностей позволяет применять данные рекомендации для любых схем трехпролетных балок. Программа позволяет исследовать изменение собственной частоты в зависимости от соотношения жесткостных и массовых параметров при различных жесткостях упругих опор, а также от соотношения длин пролетов – данные исследования выведено за рамки данной статьи.

В общем случае частота собственных колебаний балки определялась по известной формуле

$$\omega_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}, \tag{3}$$

где E – модуль упругости материала балки, кПа; μ – погонная масса балки, $\text{кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^2$; I – момент инерции сечения, см^4 ; ω_i – частота свободных колебаний i -й формы колебаний, Гц; l – пролет балки, м; λ_i – частотный параметр определяемый по программе.

В научной литературе для балок на упругих опорах при динамических расчетах используется безразмерная величина c' – относительная жесткость упругой опоры, что значительно расширяет возможности анализа. Относительная жесткость выражается следующей зависи-

мостью (для регулярных балок):

$$c' = \frac{c_0 l_i^3}{E_i I_i}; c'_1 = \frac{c_{01} l_1^3}{E_1 I_1}; \dots = \frac{c_{0i} l_i^3}{E_i I_i}, \quad (4)$$

где c_0 – жесткость упругой опоры, имеющая размерность тс/м; l_1 – длина первого пролета балки, м; EI – жесткость первого пролета балки. В данном исследовании задавалась непосредственно относительная жесткость упругой опоры c' . Если необходимо иметь дело не с безразмерной жесткостью, c_0 находится по формуле (4). Установлено, что в случае различного рода нерегулярностей для вычисления относительной жесткости в формулу заносятся параметры первого пролета балки (тогда $\lambda_i = \lambda_1$, т.е. вычисления приводятся к первому пролету).

Был выполнен расчет для следующих схем балок (рис.2):

- EI – переменная, жесткости крайних пролетов одинаковы; $\mu = \text{const}$, при различных жесткостях упругих опор, равных между собой $c'_1 = c'_2 = c'_3 = c'_4 = c$;
- μ – переменная, масса крайних пролетов одинакова; $EI = \text{const}$, при различных жесткостях упругих опор, равных между собой $c'_1 = c'_2 = c'_3 = c'_4 = c$.

Относительные длины пролетов одинаковы и равны 1/3.

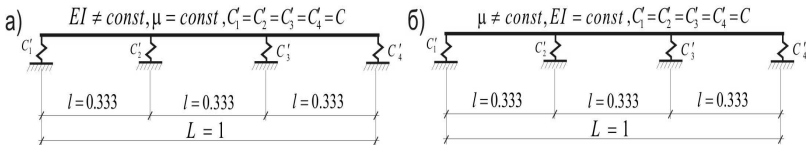


Рис. 2 – Расчетная схема трехпролетной балки на упругих опорах:
а – для первого расчета; б – для второго расчета.

В общем случае погрешность при определении частот нерегулярной балки по уравнениям для регулярной определялась по формуле

$$\frac{\omega_p - \omega_{нр}}{\omega_p} \cdot 100 \%, \quad (5)$$

где $\omega_{нр} = \omega_\mu$; ω_{EI} – частоты нерегулярной балки, имеющие нерегулярность соответственно по массовым и жесткостным характеристикам.

Погрешность при определении частот определяется путем сравнения частотных коэффициентов, поскольку другие параметры рас-

смаатриваемых схем одинаковые.

$$\frac{\omega_p - \omega_{np}}{\omega_p} = \frac{\frac{\lambda_p^2}{l_p^2} \sqrt{\frac{EI_p}{\mu_p}} - \frac{\lambda_{np}^2}{l_p^2} \sqrt{\frac{EI_{np}}{\mu_{np}}}}{\frac{\lambda_p^2}{l_p^2} \sqrt{\frac{EI_p}{\mu_p}}} = 1 - \frac{\lambda_{np}^2}{\lambda_p^2}. \quad (6)$$

За регулярную схему для обоих случаев принималась трехпролетная регулярная балка, у которой центральные опоры упругие, а крайние абсолютно жесткие. Значения частот для регулярной схемы на крайних жестких опорах и центральных упругих вычислялись как:

$$\frac{sh\lambda_i}{ch\lambda_i - \cos\beta_i} - \frac{\sin\lambda_i}{\cos\lambda_i - \cos\beta_i} = \frac{2\lambda_i^3}{c'}, \quad (7)$$

где λ_i – частотный коэффициент; c' – относительная жесткость упругих опор.

Как видно по графику изменения собственной частоты колебаний балки в зависимости от жесткостей пролетов (рис.3), возможно определение частоты с допустимой ошибкой по формуле (7) для первой формы для любых жесткостей упругих опор при отношении жесткостей $0,50 \div 1,25$. Для второй формы данный диапазон значений равен $0,25 \div 2,00$ при жесткостях упругих опор $75 \dots \infty$. Для третьей формы искомые значения отношений жесткостей будут находиться в пределах $0,85 \div 1,25$ при жесткостях упругих опор $100 \dots \infty$.

Как следует из графиков на рис.4, можно пренебречь жесткостью крайних упругих опор и неравенством масс пролетов при определении частот по формуле (7) для первой формы при любых жесткостях упругих опор в диапазоне отношений масс $0,75 \div 1,75$. Для второй формы – при жесткостях упругих опор $50 \dots \infty$ для отношений масс $0,50 \div 2,00$. Для третьей – при жесткостях упругих опор $75 \dots \infty$ для отношений масс пролетов $0,50 \div 1,50$.

Таким образом, по полученным в результате исследований данным возможно определение погрешности и внесение необходимых изменений в полученные частоты исходя из той или иной принятой расчетной схемы. В приведенных диапазонах значений жесткостей упругих опор, жесткостных и массовых характеристик пролетов, возможно использование вычислений по схеме для регулярной балки с допустимой погрешностью без внесения корректив.

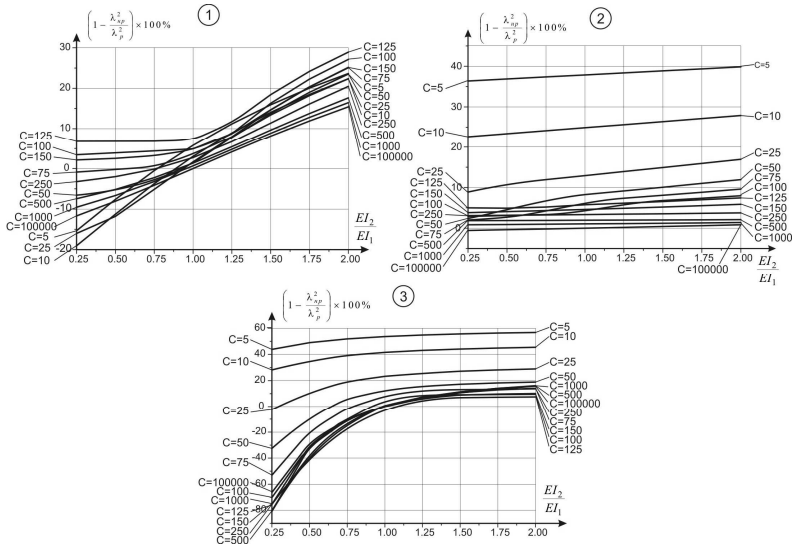


Рис. 3 – График изменения частоты собственных колебаний балки в зависимости от отношения жесткостей пролетов:
1 – по первой форме колебаний, 2 – по второй, 3 – по третьей.

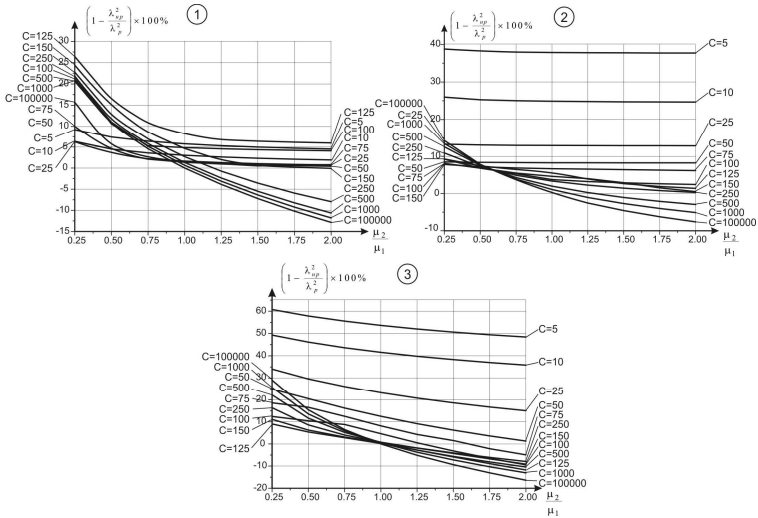


Рис. 4 – График изменения частоты собственных колебаний балки в зависимости от отношения масс пролетов:
1 – по первой форме колебаний, 2 – по второй, 3 – по третьей.

1.Эйхе Г.Н. Анализ структуры уравнения частот и форм колебаний прямолинейных цепных стержневых систем и свободные колебания стержневых систем и свободные колебания радиально-вантовых мостов: Дисс. ... канд. техн. наук: 05.05.04. – М., 1996. –183 с.

2.Солдатов К.И., Железняк Г.С., Гуржий К.В. Дослідження динаміки нерегулярних по довжинах прольотів мостових конструкцій // Вісник ДПТУ. – Дніпропетровськ, 2004. – С.221-226.

3.Солдатов К.И., Железняк Г.С., Гуржий К.В. О жесткости опор реальных мостовых конструкций // Вісник ДПТУ. – Дніпропетровськ, 2004. – С.154-160.

4.Железняк Г.С., Солдатов К.И. Исследование собственных колебаний квазирегулярной трехпролетной балки // Вісник ДПТУ. – Дніпропетровськ, 2005. – С.166-173.

Получено 07.09.2007

УДК 678.5 : 62.018

А.Н.РАССОХА, канд. техн. наук

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ КОМПОЗИТОВ СТРОИТЕЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ ФУРАНО-ЭПОКСИДНЫХ ПОЛИМЕРОВ

Анализируются структурно-топологических параметры фурано-эпоксидных композитов, содержащих дисперсный наполнитель (кварцевый песок, периклаз, каолин).

В настоящее время при разработке и создании функциональных полимерных композиционных материалов (ПКМ) находят применение современные методологии на основе четырех фундаментальных, взаимно дополняющих друг друга подходов: системного, синергетического, информационного и гомеостатического.

В рамках синергетического подхода возможен анализ влияния отдельных вероятностных процессов на свойства системы (композита) в целом. С применением положений информационного подхода информация рассматривается не только как мера сложности системы, но и как мера вероятностного выбора одной из возможных траекторий ее развития с целью выбора рациональной структуры композита, обладающего комплексом необходимых свойств.

Представляло интерес с позиций информационного и синергетического подходов проанализировать влияние состава фурано-эпоксидных композитов на структуру и свойства анализируемых сложных систем.

Фурано-эпоксидный ПКМ состоит из реакционноспособного олигомера (РСО), представляющего собой термомеханическую смесь фурфурол-ацетонового мономера ФАМ и эпоксидианового олигомера (ЭД-16; ЭД-20; ЭД-22), структурирующего агента, состоящего из от-